

doi:10.13756/j.gtxyj.2020.06.001

光通信系统与网络技术

改进的非规则 QC-LDPC 译码算法和结构

陈发堂,王永航,张翰卿

(重庆邮电大学 通信与信息工程学院,重庆 400065)

摘要:为提升非规则准循环低密度奇偶校验码的译码性能和降低译码器实现难度,文章提出了一种基于度数归一化最小和(BD-NMS)算法和一种改进的译码结构。首先分析了最优归一化因子变化规律,得到其在不同度数下的分布特性,依据分布特性对度数分层,最后利用密度演化和加权向量得到各层归一化因子。文章所提译码结构中,校验节点以提升值为单位分组,每组以 2 的整数次幂为单位分子层,子层按顺序依次更新。仿真结果与复杂度分析表明,文章所提译码结构资源消耗和复杂度更低;BD-NMS 算法拥有更为优异的译码性能和收敛速度,在误码率为 10^{-6} 时译码性能比密度演化最小和(DE-MS)算法提升了 0.19 dB 左右,增加的复杂度只包括比较运算,易于硬件实现。

关键词:准循环低密度奇偶校验码;归一化最小和算法;译码结构

中图分类号: TN911.22 **文献标志码:** A **文章编号:** 1005-8788(2020)06-0001-04

Improved Decoding Algorithm and Structure of Irregular QC-LDPC

CHEN Fa-tang, WANG Yong-hang, ZHANG Han-qing

(School of Communication and Information Engineering, CUPT, Chongqing 400065, China)

Abstract: In order to improve the decoding performance of the irregular Quasi Cyclic Low Density Parity Check (QC-LDPC) code and reduce the implementation difficulty of the decoder, this paper proposes a Based-Degree Normalized Min Sum (BD-NMS) algorithm and an improved decoding structure. The algorithm first analyzes the changing rule of the optimal normalization factor, and obtains its distribution characteristics in different degrees. According to the distribution characteristics, the degrees can be layered. Finally, the normalization factors of each layer are obtained by density evolution and weighted vector. In the proposed structure, the verification nodes are grouped with the lifting value as the unit, and each group is divided by the integral power of 2 as the unit molecular layer. The sub-layers are then updated in sequence. Simulation results and complexity analysis show that the proposed decoding structure consumes less resources and has lower complexity. It can be seen that the BD-NMS algorithm has better decoding performance with faster convergence speed. The decoding performance is 0.19 dB higher than that of Density Evolution Min-Sum (DE-MS) when the bit error rate is 10^{-6} . It is also concluded that the increased complexity only includes comparison operation, which is easy to implement in hardware.

Key words: QC-LDPC; normalized min-sum algorithm; decoding structure

0 引 言

低密度奇偶校验(Low Density Parity Check, LDPC)码是一种性能优异的线性分组码^[1],其校验矩阵有随机和结构化两种构造方式。准循环(Quasi-Cyclic, QC)-LDPC 通过结构化方式完成编码^[2],易于硬件实现,并于 2016 年成为 5G 新空口(New Radio, NR)的一种主要信道编码方案^[3]。

LDPC 码的译码算法都以置信传播(Belief Propagation, BP)算法为基础^[4-5]。其中最小和(Min-Sum, MS)算法是 BP 简化后的译码方式,其运算方式简单,但牺牲了一部分译码性能^[6]。为弥补 MS 算法损失的性能,Chen 等提出了归一化最小和(Normalized Min-Sum, NMS)算法^[7],NMS 算法可以提供更加接近 BP 算法的译码性能。密度演

化最小和(Density Evolution Min-Sum, DE-MS)算法将前 5 次迭代的归一化因子整合为一个值,使 LDPC 误码率(Bit-Error Rate, BER)再次降低^[8]。QC-LDPC 码分为两种译码结构:分层式和全并行。分层式结构实现复杂度低,译码迭代次数少,在现场可编程门阵列(Field Programmable Gate Array, FPGA)译码器中应用广泛^[9]。

以往算法使用一个归一化因子完成译码,在一定程度上降低了译码性能。因此本文通过分析 BP 算法信息值随度数变化的趋势,并根据因子分布规律对度数分层,提出根据层数求归一化因子算法,所得因子可提前存储避免消耗多余计算资源。所提译码结构依据基础矩阵对校验节点分组,在每组中选择合适子层完成迭代译码,各层节点度数分布不会因层数变化而改变,进而节点处理单元也无需调

收稿日期:2020-04-16

基金项目:国家科技重大专项资助项目(2017ZX03001021)

作者简介:陈发堂(1965—),男,重庆人。研究员,硕士,主要研究方向为移动通信物理层算法仿真及软件开发。

通信作者:王永航,硕士。E-mail:513809117@qq.com

整。仿真结果和复杂度分析表明,基于度数归一化最小和 (Based-Degree Normalized Min-Sum, BD-NMS) 算法译码性能和收敛速度优于其余算法;所提译码结构需要更少的存储空间,对于 5G 协议这种需改变提升值的情况,利用所提分层方法更易实现。

1 LDPC 译码算法概述

1.1 译码迭代步骤

译码迭代信息包括变量节点传向校验节点的信息值 (V2C) 和校验节点传向变量节点的信息值 (C2V)。译码过程中信息值在两类节点之间迭代传递,利用 BP 传播理论和校验方程修正错误比特,译码共分为 4 个步骤:(1) 设置初始迭代信息;(2) 利用 V2C 更新 C2V;(3) 利用 C2V 更新 V2C 和后验信息;(4) 译出码字并判断是否达到停止迭代条件。

1.2 MS 和 NMS 算法

MS 和 NMS 算法主要在校验节点更新处对 BP 算法进行了改进,两种算法信息值计算公式分别为

$$C_{mn} = S_{mn} \cdot \min_{n' \in N(m) \setminus n} |V_{n'm}|,$$

$$C_{mn} = \alpha \cdot S_{mn} \cdot \min_{n' \in N(m) \setminus n} |V_{n'm}|,$$

式中: C_{mn} 为校验节点 m 传至变量节点 n 的信息; $S_{mn} = \text{sgn}(V_{nm}) \cdot \prod_{n' \in N(m)} \text{sgn}(V_{n'm})$, 式中, V_{nm} 为变量节点 n 传至校验节点 m 的信息, sgn 为符号函数; $N(m)$ 为与节点 m 相邻的变量节点集合; $N(m) \setminus n$ 为 $N(m)$ 剔除节点 n 后所剩子集; $V_{n'm}$ 为变量节点 n' 传至校验节点 m 的信息; α 为小于 1 的实数。

2 BD-NMS 算法

2.1 最优归一化因子分布

设传向校验节点 m 的信息值中的最小值所在列索引为 q , 第 2 小值所在列索引为 l 。 C_{mq} 所需最优归一化因子 α'_m 与 C_{mk} ($k \neq q$) 的最优归一化因子 α''_m 通常是不同的, 为降低复杂度, 将第 m 个校验节点最优归一化因子近似为 α''_m 。根据对数似然比 BP 算法校验节点更新公式, C_{mk} ($k \neq q$) 最优信息绝对值为 $|C_m^b| = f\left(\sum_{n' \in N(m) \setminus l} f(|V_{n'm}|)\right)$, $f(x) = -\ln \tanh\left(\frac{|x|}{2}\right)$, 进而得到 $\alpha''_m = |V_{qm}| / |C_m^b|$ 。根据函数性质, $f(x)$ 在正半轴是一个单调递减凹函数, 故 $|C_m^b|$ 与节点 m 的度数 λ_m 呈反比例关系, 相应 α''_m 的分布特性取决于 λ_m 的大小。

图 1 所示为 5G NR 协议 QC-LDPC 码的最优

归一化因子分布图。横轴表示归一化因子向量中的第几个点。由图可知, 随着度数的提升, α''_m 整体呈下降趋势, 其值能够近似分为 3 层: ① 度数等于 3; ② 度数等于 4、5、6 和 8; ③ 度数等于 10。根据层数选择归一化因子, 信息值更接近最优, 可以得到更好的译码性能。

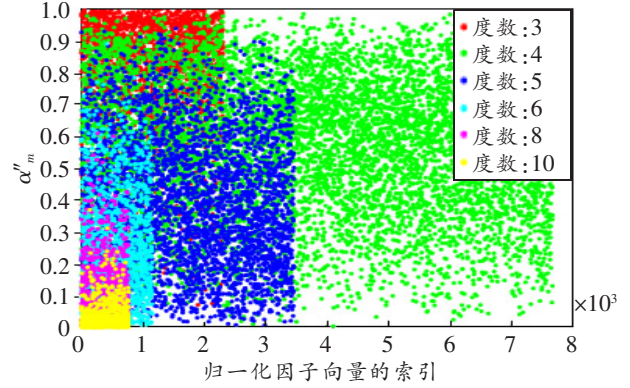


图 1 5G NR 协议 QC-LDPC 码的最优归一化因子分布

2.2 各层 α 值计算

定义 MS 算法中 C_{mn} 为 C_1 , BP 算法中 C_{mn} 为 C_2 , 利用密度演化和泰勒公式得到的 $E(|C_1|)$ 和 $E(|C_2|)$ [10] 分别为

$$E(|C_1|) \approx \int_0^\mu \left[1 - Q\left(\frac{\mu-y}{\sigma}\right) + Q\left(\frac{\mu+y}{\sigma}\right) \right]^w dy, \quad (1)$$

$$E(|C_2|) \approx 2 \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{2i-1} \left\{ E \left[\tanh^{2i-1} \left(\frac{|V_{nm}|}{2} \right) \right] \right\}^w, \quad (2)$$

式中: $E(x)$ 为对 x 求期望; $\mu = 4/N_0$, N_0 为噪声功率谱密度; $\sigma = \sqrt{8/N_0}$; $Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{+\infty} e^{-x^2/2} dx$; w 为对应校验节点度数减 1。

求各层归一化因子的过程分为 4 步:

- (1) 利用 $E(|C_2|)/E(|C_1|)$ 求不同度数的归一化因子 α_λ , λ 为度数;
- (2) 确定 num_λ , num_λ 为度数为 λ 的节点个数;
- (3) 根据归一化因子分布对度数分层并求取各层权值向量, 第 r 层向量为

$$\mathbf{WV}_r = [num_{\lambda_{r1}}, \dots, num_{\lambda_{hr}}] / \sum_{\xi=1}^{\xi=h^r} num_{\lambda_{r\xi}}, \quad (3)$$

式中: $\lambda_{r\xi}$ 为 r 层第 ξ 个度数的值; h^r 为 r 层所分得度数类型总量;

- (4) 利用各层权值向量求对应归一化因子, 第 r 层因子为

$$\alpha_r = \text{sum}(\mathbf{WV}_r \cdot [\alpha_{\lambda_{r1}}, \dots, \alpha_{\lambda_{r5}}]^T). \quad (4)$$

文献[8]中通过概率质量函数得到不同迭代次数下的归一化因子,类似的方法能够求出第 r 层前 5 次迭代的衰减因子: $\alpha_{r1}, \alpha_{r2}, \alpha_{r3}, \alpha_{r4}$ 和 α_{r5} ,进而利用权值向量 $\mathbf{X}=[0.25, 0.25, 0.20, 0.20, 0.10]$ 得到第 r 层在前 $Z-5$ (Z 为最大迭代次数)次迭代所需的衰减因子为

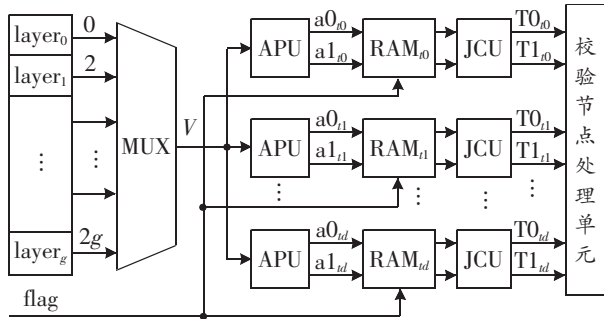
$$\alpha_r^f = \sum_{\varphi=1}^5 \alpha_{r\varphi} \cdot \mathbf{X}(\varphi). \quad (5)$$

非规则 LDPC 码由于本身特性,在 NMS 算法迭代过程中会进入一种稳定状态,在这种状态下错误比特数不再改变^[11],提高归一化因子幅度能够增加信息值的幅值,进而打破这种稳定状态提高译码性能。在译码迭代过程中,归一化因子随着迭代次数呈上升趋势,因此利用最后 5 次迭代归一化因子和 $\mathbf{X}$ 得到第 r 层最后 5 次迭代所需衰减因子为

$$\alpha_r^b = \sum_{\varphi=Z-4}^Z \alpha_{r\varphi} \cdot \mathbf{X}(\varphi - (Z-5)). \quad (6)$$

3 译码结构

结构化方式生成 QC-LDPC 码校验矩阵 $\mathbf{H}$ 需要确定 3 个参数:基础矩阵 $\mathbf{B}\mathbf{M}_{S \times D}$ 、循环转移值 P_{sd} 和提升值 L ,其中 $1 \leq s \leq S, 1 \leq d \leq D$ 。本文所提译码结构将校验节点均分为 S 组,变量节点均分为 D 组。若基础矩阵第 t 行第 j 列上的值 P_{tj} 不为负,则分配一个大小等于 L 的随机存取存储器(Random Access Memory, RAM)来保存 C2V,并使用 t, j 对此 RAM 进行标号,否则不分配。校验节点各组节点个数等于 L 并再分为 g 个子层, $g = \lceil L/2 \rceil$,前 $g-1$ 个子层包含两个校验节点,第 g 个子层节点个数等于 $2 \sim (L \bmod 2)$ 。依据分层式译码结构,校验节点信息更新时各组只有一个子层参与计算,并行度等于 $2S$ 。图2所示为第 t 组校验节点更新结构,每个子



注:layer 为对 L 个校验节点再分后的子层; V 的值为 $0, 2, 2g$; $T0$ 和 $T1$ 为各个 JCU 模块的两个通路,下标为存储 C2V 信息 RAM 的索引。

图2 校验节点更新结构

层会输出一个数值:子层号的 2 倍;多路选择器(Multiplexer, MUX)根据当前译码进程选择相应子层的输出值;地址处理单元(Address Processing Unit, APU)将 MUX 输出值 v 转化为输入至 RAM 的两个地址,其中 $a0_{id} = \text{mod}(v + P_{id}, L)$, $a1_{id} = \text{mod}(v + P_{id} + 1, L)$;联合转换单元(Joint Conversion Unit, JCU)模块的作用是将 C2V 转化为对应的 V2C;flag 信号等于 1 表示子层中节点个数为 1 个, RAM 需要忽略所收到的第 2 个地址;校验节点处理单元完成最小值比较等过程。

图3所示为变量节点后验信息更新结构, $D0_{i0}, \dots$ 和 $D1_{i0}, \dots$ 信息值来自第 i 组校验节点处理单元; $\text{RAM}_0 \sim \text{RAM}_d$ 的存储空间为 L , RAM_d 存放第 $d \cdot L \sim (d+1)L-1$ 个变量节点的后验信息,存放地址与校验节点更新过程中 APU 输出值一致。

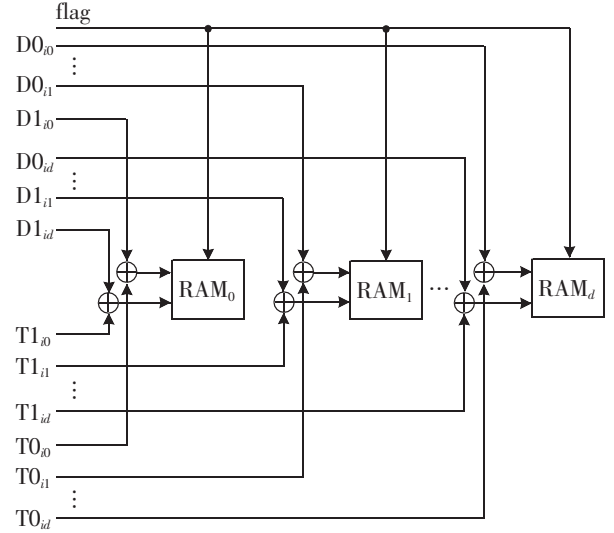


图3 变量节点后验信息更新结构

在上述译码结构的基础上,扩大 RAM 数据端口的位宽能够进一步增加并行度,提升译码速度。为降低复杂度,位宽扩大倍数应等于 2^τ , $\tau = 0, 1, 2, \dots$,同时子层数、地址和 RAM 的大小缩小 $1/2^\tau$, flag 位宽扩大 2^τ 倍。

4 仿真结果与分析

4.1 仿真结果

仿真所使用码字由 5G 协议中基准图 2 构造^[12],共用到两种码字: $(19\ 968, 3\ 840)$ 和 $(4\ 032, 960)$,码率分别为 $1/5$ 和 $1/4$,加扰噪声为加性高斯白噪声,调试方式为二进制相移键控(Binary Phase Shift Keying, BPSK): $1 \rightarrow 1, 0 \rightarrow -1$,信息序列由 Matlab 软件随机生成;对于信息序列长度 K 为 3 840 的码字,仿真帧数为 3 000,对于 K 为 960 的

码字,仿真帧数为 12 000,以保证不同提升值情况下总信息序列长度一致; Z 设为 15。由图 1 可知,所使用码字分为 3 层,利用所提算法得到前 10 次迭代归一化因子:0.879 5、0.487 0 和 0.027 0;后 5 次归一化因子:0.970 3、0.894 9 和 0.577 2。LDPC 译码器信息值小数部分通常使用 3 比特量化^[13],而上述 6 个因子无法用 3 比特精确表示,需要使用近似值,结果如表 1 所示。

表 1 各层归一化因子

层数 r	α_r^f	α_r^b
1	0.875	1.000
2	0.500	0.875
3	0.125	0.625

图 4 所示为两种码率下各个算法的译码性能,由图可知,本文所提 BD-NMS 算法比其他算法拥有更好的译码性能。图 4(a)使用的码字类型为 (19 968,3 840),在 BER 为 10^{-6} 量级时,BD-NMS 算法的译码性能比 DE-NMS 算法提高了 0.19 dB 左右;图 4(b)使用的码字类型为 (4 032,960),在 BER 为 10^{-6} 量级时,BD-NMS 算法译码性能比 DE-NMS 算法大约提高了 0.12 dB。

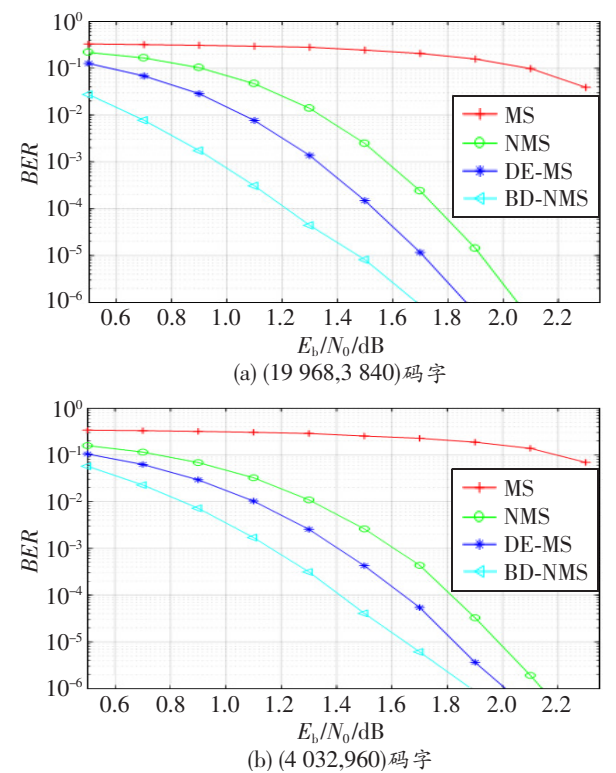


图 4 两种码率下各算法的译码性能

图 5 所示为各个算法在不同信噪比下的平均迭代次数。仿真过程中,由于噪声随机性以及校验矩阵短圈特性的影响,同一信噪比下迭代次数存在波

动现象,故其平均值为小数。由图可知,所提算法和结构下的译码收敛速率比其他算法更快,且在信噪比等于 1.9 dB 左右时迭代次数差值达到最大。

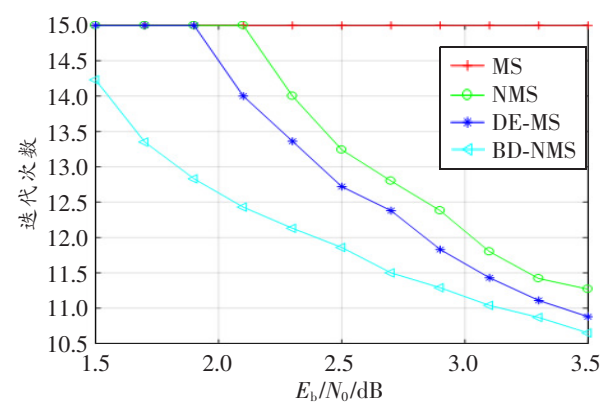


图 5 各算法在不同信噪比下的平均迭代次数

4.2 复杂度分析

表 2 所示为 4 种算法一次迭代所需总计算量。表中, ρ_j 为第 j 个变量节点度数, λ_i 为第 i 个校验节点度数, M 为 $\mathbf{H}$ 总行数, N 为 $\mathbf{H}$ 总列数。由表可知, MS 算法复杂度最低, NMS 和 DE-MS 算法次之, BD-NMS 算法复杂度比 DE-MS 和 NMS 算法多了 M 次比较运算,这是因为 BD-NMS 算法需要对度数大小进行判断,从而选择合适的归一化因子,但译码性能比 DE-NMS 算法提高了接近 0.2 dB。

表 2 不同算法复杂度对比

运算方式	MS	NMS、DE-MS	BD-NMS
比较	$\sum_{i=0}^{M-1} (2\lambda_i - 3)$	$\sum_{i=0}^{M-1} (2\lambda_i - 3)$	$\sum_{i=0}^{M-1} (2\lambda_i - 2)$
异或	$\sum_{i=0}^{M-1} (2\lambda_i - 1)$	$\sum_{i=0}^{M-1} (2\lambda_i - 1)$	$\sum_{i=0}^{M-1} (2\lambda_i - 1)$
加法	$\sum_{j=0}^{N-1} \rho_j$	$\sum_{j=0}^{N-1} \rho_j$	$\sum_{j=0}^{N-1} \rho_j$
减法	$\sum_{j=0}^{N-1} \rho_j$	$\sum_{j=0}^{N-1} \rho_j$	$\sum_{j=0}^{N-1} \rho_j$
乘法	0	$2M$	$2M$

所提译码结构将矩阵压缩在 L 大小,且变量节点的位置与提升值和循环转移值存在简单的求模关系,利用基础矩阵就可以得到节点索引,节省了存储空间;利用分层译码思想,无需特定 RAM 存放 V2C 且提高了译码速度;层数变化通过调整各组子层标号完成,且子层变化范围在 L 之内,在 5G 系统中, L 需要根据实际情况改变大小,这种情况下,所提层数变化方式更容易实现译码过程;当基础矩阵确定后,各组校验节点处理单元也随之确定,层数变化时,度

(下转第 16 页)